

Equations différentielles ordinaires linéaires

Exercice 7.

1. **Quelle est la charge à l'instant t .**

On résout l'équation différentielle homogène $R \times C \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = 0$, on obtient

$$Q(t) = \lambda e^{\frac{-t}{RC}},$$

comme la charge initiale est égale à q_0 alors

$$Q(0) = \lambda e^{\frac{-0}{RC}} = q_0 \Rightarrow \lambda = q_0.$$

D'où, l'expression de la charge du condensateur à chaque instant t est donnée par

$$Q(t) = q_0 e^{\frac{-t}{RC}}.$$

2. **Au bout de combien de temps, la charge du condensateur aura-t-elle diminué de moitié.**

Soit \tilde{t} l'instant où le condensateur aura perdu la moitié de sa charge initiale ($Q(\tilde{t}) = \frac{q_0}{2}$)

$$Q(\tilde{t}) = q_0 e^{\frac{-\tilde{t}}{RC}} = \frac{q_0}{2} \Rightarrow \tilde{t} = R \times C \ln(2).$$

Pour $R = 10^5 \Omega$ (unité :ohm) et $C = 2 \mu F = 2 \times 10^{-6} F$ (μF : *microFarad*) (unité :Farad), on obtient

$$\tilde{t} = 10^5 \times 2 \times 10^{-6} \times \ln(2) \approx 0,14 \text{ s} \text{ (unité de temps : seconde)}.$$